

EL TEOREMA DE GODEL, 1931

Cada hombre está eternamente obligado, en el curso de su breve vida, a elegir entre la esperanza infatigable y la prudente falta de esperanza, entre las delicias del caos y las de la estabilidad.
Marguerite Yourcenar, Memorias de Adriano

Desde muy antiguo se consideró a la matemática, y con bastante justicia, como la reina de las ciencias. Este precepto, cuando Galileo en el siglo XVII proclamó que "el libro de la naturaleza está escrito con caracteres matemáticos", confirió a la corona los atributos del derecho divino. Y hasta cierto punto, los de una monarquía absoluta. Si bien las matemáticas nunca parafrasearon a Luis XIV diciendo: "la ciencia soy yo", fue tan sólo porque son incapaces de hablar (y tal vez por falsa modestia). Lo cierto es que, a partir del triunfo de la mecánica newtoniana, las matemáticas se convirtieron en la aspiración común de todas las disciplinas científicas: matematizar una ciencia garantizaba su verdad. Es preciso reconocer, de paso, y a despecho de cualquier aspiración republicana, que este sistema de gobierno dio resultados espectaculares: la reducción de las ciencias a fórmulas y el manipuleo de ellas produjeron la acumulación de conocimientos más formidable que recuerde la memoria humana.

Ese papel central de la matemática deviene de su método: la obtención de resultados mediante la deducción puramente lógica a partir de un puñado de axiomas elementales que se aceptan como verdaderos: de hecho, ésta fue la metodología que utilizó Euclides en sus célebres Elementos de Geometría, que, usaron sin mayores variantes hasta hace ciento cincuenta años, y permanecen, sin demasiadas transformaciones en los textos de geometría que se utilizan aún hoy en la escuela secundaria.

Es verdad que durante el siglo pasado, la supuesta verdad absoluta de los axiomas de la geometría euclidea recibió un duro golpe: partiendo de axiomas diferentes a los de Euclides, Lobachevsky y Riemann construyeron geometrías perfectamente coherentes, aunque distintas de la euclídea, y de alguna manera, la búsqueda de la verdad fue sustituida por el afán de coherencia y no contradicción.

Hacia finales de siglo, el triunfo del método axiomático era completo: las investigaciones de la lógica matemática se dirigían con especial énfasis a buscar una formalización y axiomatización de toda la matemática.

La idea se inscribía perfectamente en la muy finisecular concepción del progreso: una vez encontrados los axiomas adecuados, todas las verdades podrían ser deducidas a partir de ellos, mediante la lógica y la paciencia. Cuando en 1900 el gran matemático David Hilbert presentó un programa enunciando la lista de problemas matemáticos pendientes (apenas un puñado), hizo un alarde de confianza: resolverlos era sólo cuestión de tiempo. La potencia de las matemáticas parecía infinita, y siguió pareciendo infinita hasta 1931.

Porque en ese año, en efecto, el matemático y lógico Kurt Gödel demostró un teorema que se transformó en un clásico de la lógica matemática y que, por su importancia (y su exquisita belleza), se conoce como "el teorema de Gödel, 1931", (y también como el teorema que asegura la incompletitud de la aritmética). En él se demuestra que no todas las verdades matemáticas pueden ser alcanzadas. Más sencillamente: que en cualquier sistema que contenga la aritmética, existe por lo menos una fórmula, que,

aun siendo verdadera, no podrá jamás ser demostrada. No importa cuál sea el conjunto de axiomas que se use: siempre habrá algo, que, si bien es verdadero, no se puede demostrar.

Es decir: en el seno mismo de las matemáticas, hay cosas no alcanzables, lugares a donde la paciente deducción no llegará jamás.

Naturalmente, este curioso resultado, no afecta para nada a la utilización de la matemática por el resto de los científicos, ni al papel central que ésta juega en todo el sistema de las ciencias. Pero de alguna manera, limita su omnipotencia. Desde la Revolución Francesa en adelante, y como bien lo pudo comprobar Luis XVI, ya se sabe que las monarquías absolutas no son del todo seguras, y si bien no es cierto que las matemáticas hayan perdido su cetro, puede decirse que su largo y glorioso reinado, desde el teorema de Gödel en adelante, adquirió los contornos de una monarquía constitucional.